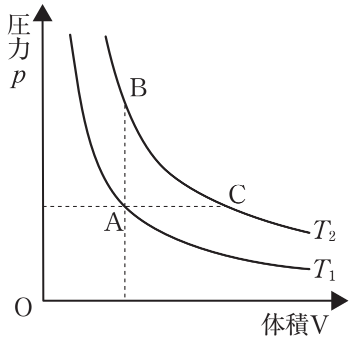
第 28 講　気体がする仕事・熱力学第１法則

1

　一定質量の気体では，温度と圧力と体積はたがいに関連している。n mol の理想気体に対して図のように横軸に体積 V，縦軸に圧力 p をとる。このような V－p 面で３つの状態 A，B，C を選ぶ。状態 A は絶対温度 T_1 の等温線上にあり，状態 B，C は絶対温度 T_2 の等温線上にあって $T_2 > T_1$ とする。この理想気体の定積モル比熱を C_V，定圧モル比熱を C_p，気体定数を R として，以下の問に答えよ。



(1)　A → B の変化（定積変化）において気体がした仕事を求めよ。

(2)　A → B の変化において気体が吸収する熱量を求めよ。

(3)　A → B の変化による内部エネルギーの増加分はいくらか。

(4)　A → C の変化（定圧変化）において気体がした仕事を求めよ。

(5)　A → C の変化において気体が吸収する熱量を求めよ。

(6)　A → C の変化による内部エネルギーの増加分はいくらか。

(7)　以上の結果を用いて C_V と C_p の関係を求めよ。

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

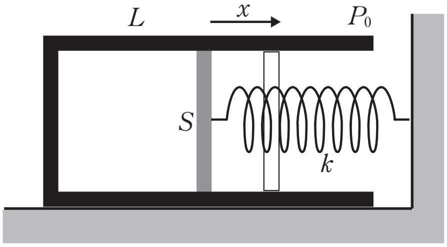
＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

図のように，断熱材でできた断面積 S のシリンダーが床に固定されている。その中に1モルの単原子分子理想気体が入れられ，水平になめらかに動く断熱材でできたピストンで封じこめられている。ピストンは壁に固定されているばね定数 k のばねでつながれている。はじめ，ばねは自然な長さになっており，ピストンがシリンダーの左端から L の位置にあったものとする。大気圧を P_0，気体定数を R とする。

最初，内部の気体の温度は〔　1　〕と表すことができる。次に内部の気体にゆっくりと熱を与えたら，ばねは x だけ縮んで静止した。このときの気体の圧力は〔　2　〕となり，温度は〔　3　〕と表すことができる。このときの気体の内部エネルギーの変化量は〔　4　〕となり，気体がした仕事は〔　5　〕となる。よって気体に加えられた熱量は〔　6　〕であることがわかる。



〔　1　〕の選択肢

(a) $\dfrac{P_0L}{R}$　(b) $\dfrac{P_0SL}{R}$　(c) $\dfrac{P_0L}{2R}$　(d) $\dfrac{P_0SL}{2R}$

(e) $\dfrac{3P_0L}{2R}$　(f) $\dfrac{3P_0SL}{2R}$　(g) $\dfrac{P_0SL}{3R}$　(h) $\dfrac{2P_0SL}{3R}$

〔　2　〕の選択肢

(a) $P_0+\dfrac{kx}{L}$　(b) $-P_0+\dfrac{kx}{L}$　(c) $P_0+\dfrac{kx}{2L}$　(d) $P_0+\dfrac{kx}{S}$

(e) $-P_0+\dfrac{kx}{S}$　(f) $P_0+\dfrac{kx}{2S}$　(g) $P_0+\dfrac{kx^2}{2SL}$　(h) $-P_0+\dfrac{kx^2}{2SL}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

〔　3　〕の選択肢

(a) $\dfrac{1}{R}\left(P_0+\dfrac{kx}{L}\right)(L+x)S$　　(b) $\dfrac{1}{R}\left(-P_0+\dfrac{kx}{L}\right)(L+x)S$

(c) $\dfrac{1}{R}\left(P_0+\dfrac{kx}{S}\right)(L+x)S$　　(d) $\dfrac{1}{R}\left(-P_0+\dfrac{kx}{S}\right)(L+x)S$

(e) $\dfrac{1}{R}\left(P_0+\dfrac{kx}{2S}\right)\left(\dfrac{L+x}{2}\right)S$　　(f) $\dfrac{1}{R}\left(P_0+\dfrac{kx^2}{2SL}\right)\left(\dfrac{L+x}{2}\right)S$

(g) $\dfrac{1}{R}\left(P_0+\dfrac{kx}{L}\right)xS$　　(h) $\dfrac{1}{R}\left(3P_0+\dfrac{kx}{L}\right)\dfrac{LS}{2}$

(i) $\dfrac{1}{R}\left(P_0+\dfrac{kx}{S}\right)L$　　(j) $R\left(P_0+\dfrac{kx}{2S}\right)(L+x)S$

(k) $k\left(P_0+\dfrac{kx^2}{2SL}\right)(L+x)S$　　(l) $L\left(P_0+\dfrac{kx^2}{2SL}\right)(L+x)S$

〔　4　〕～〔　6　〕の選択肢

(a) $\dfrac{1}{2}kx^2+\dfrac{1}{2}P_0Sx$　　(b) $\dfrac{1}{2}kx^2+P_0Sx$

(c) kx^2+P_0Sx　　(d) $-\dfrac{1}{2}kx^2+P_0Sx$

(e) $\dfrac{3}{2}kx^2+P_0Sx$　　(f) $-\dfrac{3}{2}kx^2+\dfrac{3}{2}P_0Sx$

(g) $\dfrac{1}{2}kx^2+\dfrac{1}{2}kLx+\dfrac{1}{2}P_0Sx$　　(h) $\dfrac{1}{2}kx^2+\dfrac{1}{2}kLx+\dfrac{3}{2}P_0Sx$

(i) $kx^2+\dfrac{1}{2}kLx+\dfrac{5}{2}P_0Sx$　　(j) $kx^2+\dfrac{1}{2}kLx+\dfrac{1}{2}P_0Sx$

(k) $\dfrac{3}{2}kx^2+\dfrac{3}{2}kLx+\dfrac{3}{2}P_0Sx$　　(l) $\dfrac{3}{2}kx^2+\dfrac{3}{2}kLx+\dfrac{5}{2}P_0Sx$

(m) $2kx^2+\dfrac{3}{2}kLx+\dfrac{1}{2}P_0Sx$　　(n) $2kx^2+\dfrac{3}{2}kLx+\dfrac{3}{2}P_0Sx$

(o) $2kx^2+\dfrac{3}{2}kLx+\dfrac{5}{2}P_0Sx$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

図1のように，なめらかに移動できる断熱板CでA室，B室に仕切られた断熱シリンダー内に，同種の単原子分子の理想気体を封入した。このとき，A室内の圧力はp_0，体積はV_0，温度はT_0で，B室内の圧力はp_0，体積はV_0，温度は$4T_0$であった。B室には温度調節器Hが取り付けてあり，B室内の気体に熱を加えることができる。以下の問に答えよ。ただし，温度調節器の体積は無視できるものとする。

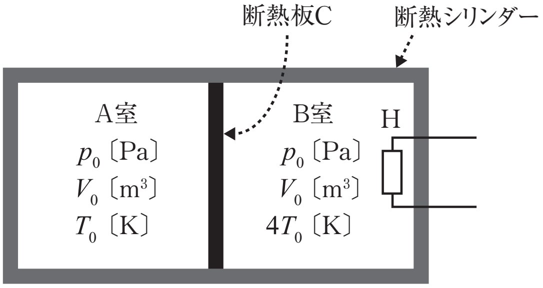


図1

問1．A室内の気体の物質量は，B室内の気体の物質量の何倍か。

問2．A室内の気体の2乗平均速度（速度の2乗平均の平方根）[m/s]は，B室内の気体の2乗平均速度の何倍か。

いま，温度調節器HからB室内の気体に熱をゆっくり加えたところ，A室内，B室内の気体の温度は図2のように，A室は$T_1(> T_0)$，B室は$T_2(> 4T_0)$になり，断熱板Cは静止した。以下の問では，p_0，V_0，T_0，T_1，T_2のうち必要なものを用いて答えよ。

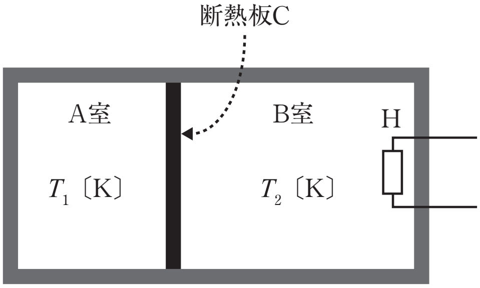


図2

問3．B室内の気体の内部エネルギーの変化の大きさはいくらか。

問4．B室内の気体が，A室内の気体にした仕事はいくらか。

問5．温度調節器Hが，B室内の気体に加えた熱量はいくらか。

問6．A室内の気体の圧力はいくらか。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

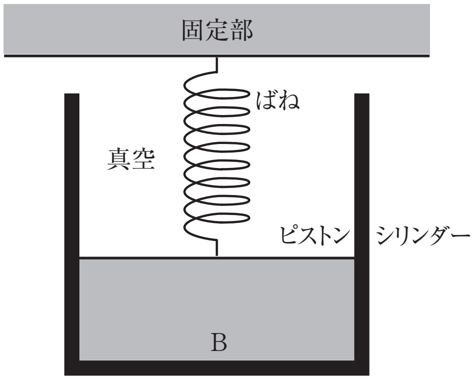
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第28講　確認テスト

つぎの文中の［　　］にあてはまる適当なものを解答群の中から選びなさい。

図において，一端の閉じた一定の断面積をもつシリンダーが真空中で鉛直に固定され，その中にシリンダー内壁を滑らかに移動できる質量 m [kg] のピストンがある。ピストンはばね定数 k [N/m] の質量の無視できるばねで上方の固定部に接続され，ピストンがシリンダー底部Bにあるときバネは自然長の状態にある。ここで，ピストンとシリンダーの間に1モルの単原子分子理想気体を注入する。なお，シリンダーおよびピストンは断熱性をもつものとし，重力加速度の大きさを g [m/s^2]，気体定数は R [J/(mol·K)] とする。

気体の温度が T [K] のとき，ピストンはシリンダー底部Bより h [m] 上方にある（状態1と呼ぶ）。温度 T は［ア］[K] である。ここで加熱して気体の温度を $2T$ にすると，ピストンはBから $\frac{5}{4}h$ 上方で停止した（状態2と呼ぶ）。状態2での気体の圧力は状態1の圧力の［イ］倍である。状態1から状態2への変化によって気体が外部になした仕事の大きさは［ウ］[J] となる。したがって，この過程で気体が受け取った熱エネルギーは［エ］[J] である。



［ア］の解答群

01 $\frac{h}{R}\left(\frac{1}{4}mg+kh\right)$　　02 $\frac{h}{R}\left(\frac{1}{2}mg+kh\right)$

03 $\frac{h}{R}(mg+kh)$　　04 $\frac{h}{R}\left(2mg+\frac{1}{4}kh\right)$

05 $\frac{h}{R}\left(2mg+\frac{1}{2}kh\right)$　　06 $\frac{h}{R}(2mg+kh)$

07 $\frac{h}{4R}(mg+kh)$　　08 $\frac{h}{2R}(mg+kh)$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

09 $\dfrac{h}{2R}\left(\dfrac{1}{2}mg+kh\right)$　　10 $\dfrac{h}{R}(mg+2kh)$

11 $\dfrac{h}{R}\left(\dfrac{1}{2}mg+2kh\right)$　　12 $\dfrac{h}{R}\left(\dfrac{1}{4}mg+2kh\right)$

イ の解答群

01 $\dfrac{2}{5}$　02 $\dfrac{1}{2}$　03 $\dfrac{3}{5}$　04 $\dfrac{3}{4}$

05 $\dfrac{4}{5}$　06 1　07 $\dfrac{6}{5}$　08 $\dfrac{5}{4}$

09 $\dfrac{7}{5}$　10 $\dfrac{3}{2}$　11 $\dfrac{8}{5}$　12 $\dfrac{7}{4}$

ウ の解答群

01 $\dfrac{3}{32}kh^2+\dfrac{1}{4}mgh$　　02 $\dfrac{3}{32}kh^2+\dfrac{1}{3}mgh$

03 $\dfrac{3}{32}kh^2+\dfrac{1}{2}mgh$　　04 $\dfrac{1}{8}kh^2+\dfrac{1}{4}mgh$

05 $\dfrac{1}{8}kh^2+\dfrac{1}{2}mgh$　　06 $\dfrac{1}{8}kh^2+mgh$

07 $\dfrac{9}{32}kh^2+\dfrac{1}{8}mgh$　　08 $\dfrac{9}{32}kh^2+\dfrac{1}{4}mgh$

09 $\dfrac{9}{32}kh^2+\dfrac{1}{2}mgh$　　10 $\dfrac{9}{16}kh^2+\dfrac{1}{8}mgh$

11 $\dfrac{9}{16}kh^2+\dfrac{1}{2}mgh$　　12 $\dfrac{9}{16}kh^2+mgh$

エ の解答群

01 $\dfrac{11}{32}kh^2+\dfrac{11}{4}mgh$　　02 $\dfrac{11}{32}kh^2+\dfrac{9}{4}mgh$

03 $\dfrac{11}{32}kh^2+\dfrac{5}{4}mgh$　　04 $\dfrac{19}{32}kh^2+\dfrac{9}{4}mgh$

05 $\dfrac{19}{32}kh^2+\dfrac{7}{4}mgh$　　06 $\dfrac{19}{32}kh^2+\dfrac{5}{4}mgh$

07 $\dfrac{33}{32}kh^2+\dfrac{9}{4}mgh$　　08 $\dfrac{33}{32}kh^2+2mgh$

09 $\dfrac{33}{32}kh^2+\dfrac{7}{4}mgh$　　10 $\dfrac{57}{32}kh^2+\dfrac{7}{4}mgh$

11 $\dfrac{57}{32}kh^2+\dfrac{3}{4}mgh$　　12 $\dfrac{57}{32}kh^2+\dfrac{1}{4}mgh$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 28 講　解答

1

(1)　0　　(2)　$nC_V(T_2-T_1)$　　(3)　$nC_V(T_2-T_1)$

(4)　$nR(T_2-T_1)$　　(5)　$nC_P(T_2-T_1)$　　(6)　$n(C_P-R)(T_2-T_1)$

(7)　$C_P=C_V+R$

2

1　b　　2　d　　3　c　　4　k　　5　b　　6　o

3

問１　4 倍　　問２　$\dfrac{1}{2}$倍　　問３　$\dfrac{3P_0V_0}{8T_0}(T_2-4T_0)$

問４　$\dfrac{3P_0V_0}{2T_0}(T_1-T_0)$　　問５　$\dfrac{3P_0V_0}{8T_0}(T_2+4T_1-8T_0)$　　問６　$\dfrac{P_0}{8T_0}(4T_1+T_2)$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

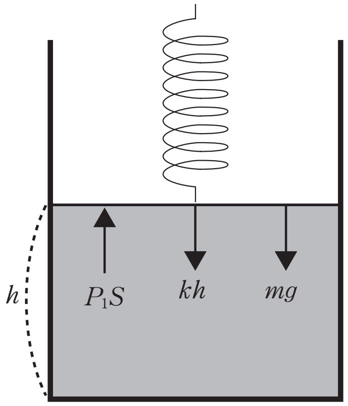
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 28 講　確認テスト

【解答】

(ア)　03　　　(イ)　11　　　(ウ)　08　　　(エ)　10

【解説】



状態1

(ア)　はじめ，ピストンが高さ h にいたときの状態方程式は，

$$P_1(Sh)=RT \quad ――①$$

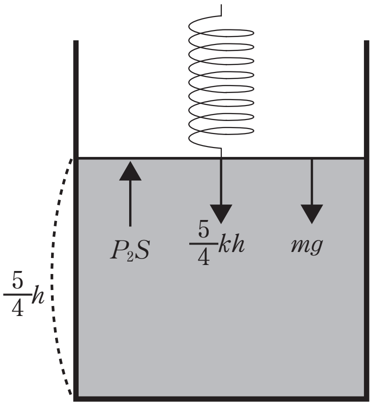
また，ピストンにかかる力のつりあいは

$$P_1S=kh+mg \quad ――②$$

（ただし，このときの圧力を P_1 とする。）

②を①へ代入して，

$$T=\frac{P_1Sh}{R}=\boldsymbol{\frac{h}{R}(kh+mg)}_{\text{(ア)}}$$



状態2

(イ)　求める圧力を P_2 とすると，状態２での状態方程式は

$$P_2\left(\frac{5}{4}Sh\right)=R(2T) \quad ――③$$

また，ピストンにかかる力のつりあいは

$$P_2S=\frac{5}{4}kh+mg \quad ――④$$

③ ÷ ①より，

$$P_2=\boldsymbol{\frac{8}{5}}P_{1\,\text{(イ)}}$$

(ウ)，(エ)　気体がした仕事は，

$$W=\underbrace{\left\{\frac{1}{2}k\left(\frac{5h}{4}\right)^2-\frac{1}{2}kh^2\right\}}_{\text{ばねを持ち上げた分}}+\underbrace{\left\{mg\left(\frac{5}{4}h\right)-mgh\right\}}_{\text{ピストンを持ち上げた分}}=\boldsymbol{\frac{9}{32}kh^2+\frac{1}{4}mgh}_{\text{(ウ)}}$$

また，内部エネルギーの変化は，(ア)の答えを用いて

$$\Delta U=\frac{3}{2}R(2T-T)=\frac{3}{2}RT=\frac{3}{2}h(kh+mg)$$

となるので，熱エネルギーは，熱力学第１法則より

$$Q=\Delta U+W=\boldsymbol{\frac{57}{32}kh^2+\frac{7}{4}mgh}_{\text{(エ)}}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。